

**Práctico 2: Análisis de Algoritmos**

Año 2025

**Ejercicio 1:**

Mostrar que  $2^{n+1} \in O(2^n)$  ¿también se cumple  $2^{2n} \in O(2^n)$ ?

**Ejercicio 2:**

Para cada par de expresiones  $(A, B)$  en la tabla siguiente, marcar **si/no** en cada celda si es que  $A$  es  $O$ ,  $\Omega$  o  $\Theta$  de  $B$ . Asuma que  $k \geq 1, \varepsilon > 0$  y  $c > 1$  son constantes. Justifique sus respuestas.

	A	B	O	$\Omega$	$\Theta$
a)	$lg^k n$	$n^\varepsilon$			
b)	$n^k$	$c^n$			
c)	$\sqrt{n}$	$n^{\sin n}$			
d)	$2^n$	$2^{n/2}$			
e)	$n^{lg c}$	$c^{lg n}$			
f)	$lg(n!)$	$lg(n^n)$			

**Ejercicio 3:**

Teniendo  $f(n)$  y  $g(n)$  dos funciones no negativas asintóticamente, probar que  $max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n) + g(n))$ .

**Ejercicio 4:**

Obtener en notación  $O$  la cota para el esfuerzo máximo del siguiente algoritmo, sabiendo que MERGE tiene esfuerzo de  $O(N)$ ,  $A$  es un arreglo de 1 a  $N$ ,  $p = 1, r = N$  y  $N$  es una potencia de 2.

```

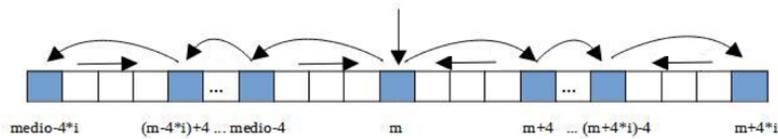
MERGE-SORT(A, p, r)
  if p < r
  then q ← (p + r)/2
    MERGE-SORT(A, p, q)
    MERGE-SORT(A, q + 1, r)
    MERGE(A, p, q, r)
    
```

**Ejercicio 5:**

Obtener en notación  $O$  la cota para el esfuerzo máximo de búsqueda en una Lista Secuencial Ordenada (LSO) utilizando Búsqueda por Bisección en la Localización. Aclare las hipótesis utilizadas.

**Ejercicio 6:**

Considere que se ha almacenado una relación en una LSO con dos extremos móviles, con una cantidad  $N = 8k+1$  de elementos, para algún  $k$ , y que la estrategia que utiliza la rutina Localizar es la siguiente: *Se revisa el elemento de la posición del medio de la lista, si es el elemento buscado terminar. Si el  $x_{buscado}$  es mayor al elemento del medio y mientras el  $x_{buscado}$  sea mayor al valor en la posición corriente, saltar 4 posiciones a la derecha; si es igual terminar la búsqueda y sino buscar secuencialmente en orden decreciente de los elementos en la sublista (posición-3, posición-1). Si el  $x_{buscado}$  es menor al elemento del medio y mientras el  $x_{buscado}$  sea menor al valor en la posición corriente saltar 4 posiciones a la izquierda; si es igual terminar la búsqueda sino buscar secuencialmente en orden creciente de los elementos en la sublista (posición+1, posición+3).*



Se pide:

- Calcular los vectores de costos de localización exitosa y que fracasa, considerando como función de costo la cantidad de celdas consultadas.
- Calcular el esfuerzo máximo y medio de localización exitosa, agregando las hipótesis que considere necesarias.
- Calcular el esfuerzo máximo y medio de localización que fracasa, agregando las hipótesis que considere necesarias.
- Calcular el esfuerzo máximo y medio de alta, agregando las hipótesis que considere necesarias.
- Calcular el esfuerzo máximo y medio de baja, agregando las hipótesis que considere necesarias.
- Expresar los esfuerzos obtenidos en los ítems **b)** al **e)** en notación  $O$ . Justifique su respuesta.

**Ejercicio 7:**

Desarrolle las rutinas necesarias para realizar altas, bajas y evocaciones en un Árbol Binario de Búsqueda.

**Ejercicio 8:**

Desarrolle una rutina iterativa que dado un Árbol Binario de Búsqueda retorne la altura de la rama más corta y la altura del árbol. Obtener en notación asintótica el esfuerzo máximo a priori de realizar dicha operación considerando el algoritmo desarrollado. Agregue las hipótesis que considere necesarias.

**Ejercicio 9:**

Suponga un conjunto de  $N$  elementos almacenados sobre un ABB, que en particular es un árbol binario lleno ( $N = 2^k - 1$ , para algún  $k$ ). En todos los casos, agregue las hipótesis que considere necesarias.

Se pide:

- Calcular el vector de costo para localización no exitosa a posteriori.
- Calcular el esfuerzo medio de localización no exitosa a posteriori.
- Dar el vector de costo de alta, y calcular el esfuerzo máximo de alta a posteriori, tomando como función de costo cantidad de cambios de punteros.
- Dar el vector de costo de baja, y calcular el esfuerzo máximo de baja a posteriori, tomando como función de costo cantidad de cambios de punteros (considerar que al aplicar política de reemplazo se utiliza la copia de datos).
- Expresar en notación  $O$  cada uno de los esfuerzos obtenidos.

**Ejercicio 10:**

Desarrollar la rutina de localización para una Lista de Dos Niveles en la cual las listas se manejan con dos extremos móviles y recirculación sobre su espacio, tanto en el nivel de descriptores como en el de nuplas.

**Ejercicio 11:**

Dada una Lista de Dos Niveles conteniendo  $N$  nuplas, en la cual las listas se manejan con dos extremos móviles y recirculación sobre su espacio, tanto en el nivel de descriptores como en el de nuplas; considerando que:  $m'$  es la cantidad de descriptores,  $m$  es el tamaño máximo de cada sublista de nuplas,  $L$  es el tamaño de los descriptores y  $l$  es el tamaño de la nupla. .

Se pide:

- a) Describir claramente el peor caso de alta a priori, considerando que los costos se miden en cantidad de corrimientos.
- b) Plantear el costo del peor caso descrito en a),.
- c) Describir claramente el peor caso de baja a priori, considerando que los costos se miden en cantidad de corrimientos.
- d) Plantear el costo del peor caso descrito en c).

**Ejercicio 12:**

Desarrollar las rutinas de LOCALIZACIÓN , EVOCACIÓN , ALTA y BAJA, necesarias para administrar una distribución pseudo-aleatoria de datos si el tratamiento de rebalse es:

- a) Lineal.
- b) Cuadrático.
- c) Realeatorizado total.
- d) Paso realeatorizado.
- e) Separado, en el cual cada una de las listas se han reemplazado por un *ABB*.

**Ejercicio 13:**

Para un Rebalse Separado, en el cual cada una de las listas se han reemplazado por un *ABB*:

- a) Obtener el esfuerzo máximo de éxito y fracaso a priori de localización, medido en ranuras consultadas (considere una ranura por balde).
- b) Para la situación planteada en a) en la que se obtiene el máximo, obtenga el esfuerzo medio de éxito y fracaso a posteriori.

**Ejercicio 14:**

En una distribución pseudo-aleatoria de datos, con un tratamiento de rebalse abierto lineal, proponga una posible estrategia para absorber las celdas libres (utilizadas alguna vez) como nunca usadas o vírgenes. ¿Cuál es el costo máximo a priori medido en cantidad de nuplas reubicadas para la estrategia propuesta?