

Práctico 2: Análisis de Algoritmos

Año 2026

Ejercicio 1:

Mostrar que $2^{n+1} \in O(2^n)$ ¿también se cumple $2^{2n} \in O(2^n)$?

Ejercicio 2:

Para cada par de expresiones (A, B) en la tabla siguiente, marcar **si/no** en cada celda si es que A es O, Ω o Θ de B . Asuma que $k \geq 1, \varepsilon > 0$ y $c > 1$ son constantes. Justifique sus respuestas.

	A	B	O	Ω	Θ
a)	$lg^k n$	n^ε			
b)	n^k	c^n			
c)	\sqrt{n}	$n^{\sin n}$			
d)	2^n	$2^{n/2}$			
e)	$n^{lg c}$	$c^{lg n}$			
f)	$lg(n!)$	$lg(n^n)$			

Ejercicio 3:

Teniendo $f(n)$ y $g(n)$ dos funciones no negativas asintóticamente, probar que $max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n) + g(n))$.

Ejercicio 4: Obtener en notación O la cota para la siguiente recursión:

$$T(N) = \begin{cases} T(N-1) + \log N & N > 1 \\ 0 & N = 1 \end{cases}$$

Ejercicio 5:

Obtener en notación O la cota para el esfuerzo máximo del siguiente algoritmo, sabiendo que MERGE tiene esfuerzo de $O(N)$, A es un arreglo de 1 a N, $p = 1, r = N$ y N es una potencia de 2.

```

MERGE-SORT(A, p, r)
  if p < r
  then q ← (p + r)/2
       MERGE-SORT(A, p, q)
       MERGE-SORT(A, q + 1, r)
       MERGE(A, p, q, r)
    
```

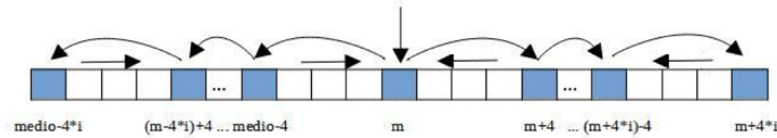
Ejercicio 6:

Obtener en notación O la cota para el esfuerzo máximo de búsqueda en una Lista Secuencial Ordenada (LSO) utilizando Búsqueda por Bisección en la Localización. Aclare las hipótesis utilizadas.

Ejercicio 7:

Considere que se ha almacenado una relación en una LSO con dos extremos móviles, con una cantidad $N = 8k+1$ de elementos, para algún k, y que la estrategia que utiliza la rutina Localizar es la siguiente: Se revisa el elemento de la posición del medio de la lista, si es el elemento buscado terminar. Si el $x_{buscado}$ es mayor al elemento del medio y mientras el $x_{buscado}$ sea mayor al valor en la posición corriente, saltar 4 posiciones a la derecha; si es igual terminar la búsqueda y sino buscar secuencialmente en orden decreciente de los elementos en la sublista (posición-3, posición-1). Si el $x_{buscado}$ es menor al elemento del medio y mientras el $x_{buscado}$ sea menor al valor en la posición corriente saltar 4 posiciones a la izquierda; si es igual terminar la búsqueda sino buscar secuencialmente

en orden creciente de los elementos en la sublista (posición+1, posición+3).



Se pide:

- Calcular los vectores de costos de localización exitosa y que fracasa, considerando como función de costo la cantidad de celdas consultadas.
- Calcular el esfuerzo máximo y medio de localización exitosa, agregando las hipótesis que considere necesarias.
- Calcular el esfuerzo máximo y medio de localización que fracasa, agregando las hipótesis que considere necesarias.
- Calcular el esfuerzo máximo y medio de alta, agregando las hipótesis que considere necesarias.
- Calcular el esfuerzo máximo y medio de baja, agregando las hipótesis que considere necesarias.
- Expresar los esfuerzos obtenidos en los ítems **b)** al **e)** en notación O . Justifique su respuesta.

Ejercicio 8:

Desarrolle las rutinas necesarias para realizar altas, bajas y evocaciones en un Árbol Binario de Búsqueda.

Ejercicio 9:

Desarrolle una rutina iterativa que dado un Árbol Binario de Búsqueda retorne la altura de la rama más corta y la altura del árbol. Obtener en notación asintótica el esfuerzo máximo a priori de realizar dicha operación considerando el algoritmo desarrollado. Agregue las hipótesis que considere necesarias.

Ejercicio 10:

Suponga un conjunto de N elementos almacenados sobre un ABB, que en particular es un árbol binario lleno ($N = 2^k - 1$, para algún k). En todos los casos, agregue las hipótesis que considere necesarias.

Se pide:

- Calcular el vector de costo para localización no exitosa a posteriori.
- Calcular el esfuerzo medio de localización no exitosa a posteriori.
- Dar el vector de costo de alta, y calcular el esfuerzo máximo de alta a posteriori, tomando como función de costo cantidad de cambios de punteros.
- Dar el vector de costo de baja, y calcular el esfuerzo máximo de baja a posteriori, tomando como función de costo cantidad de cambios de punteros (considerar que al aplicar política de reemplazo se utiliza la copia de datos).

- e) Expresar en notación O cada uno de los esfuerzos obtenidos.

Ejercicio 11:

Desarrollar la rutina de localización para una Lista de Dos Niveles en la cual las listas se manejan con dos extremos móviles y recirculación sobre su espacio, tanto en el nivel de descriptores como en el de nuplas.

Ejercicio 12:

Dada una Lista de Dos Niveles conteniendo N nuplas, en la cual las listas se manejan con dos extremos móviles y recirculación sobre su espacio, tanto en el nivel de descriptores como en el de nuplas; considerando que: m es la cantidad de descriptores, m es el tamaño máximo de cada sublista de nuplas, L es el tamaño de los descriptores y l es el tamaño de la nupla. .

Se pide:

- a) Describir claramente el peor caso de alta a priori, considerando que los costos se miden en cantidad de corrimientos.
- b) Plantear el costo del peor caso descrito en a),.
- c) Describir claramente el peor caso de baja a priori, considerando que los costos se miden en cantidad de corrimientos.
- d) Plantear el costo del peor caso descrito en c).

Ejercicio 13:

Desarrollar las rutinas de LOCALIZACIÓN , EVOCACIÓN , ALTA y BAJA, necesarias para administrar una distribución pseudo-aleatoria de datos si el tratamiento de rebalse es:

- a) Lineal.
- b) Cuadrático.
- c) Realeatorizado total.
- d) Paso realeatorizado.
- e) Separado, en el cual cada una de las listas se han reemplazado por un *ABB*.

Ejercicio 14:

Para un Rebalse Separado, en el cual cada una de las listas se han reemplazado por un *ABB*:

- a) Obtener el esfuerzo máximo de éxito y fracaso a priori de localización, medido en ranuras consultadas (considere una ranura por balde).
- b) Para la situación planteada en a) en la que se obtiene el máximo, obtenga el esfuerzo medio de éxito y fracaso a posteriori.

Ejercicio 15:

En una distribución pseudo-aleatoria de datos, con un tratamiento de rebalse abierto lineal, proponga una posible estrategia para absorber las celdas libres (utilizadas alguna vez) como nunca usadas o vírgenes. ¿Cuál es el costo máximo a priori medido en cantidad de nuplas reubicadas para la estrategia propuesta?